

**I'm not a robot!**



Ecuación	Solución
$4x - 5y = -13$	■ (1, 6)
$2x - y = 2$	▲ (-2, 1)
$x - 7y = 22$	► (3, 4)
$8x + y = 2$	► (1, -3)

## Sistemas de ecuaciones lineales

5.60 Dada la ecuación  $3x - 4y = 5$ , resuelve los sistemas que forma con cada una de las siguientes:

a)  $3x + 4y = 7$       b)  $-3x - 4y = 3$   
a)  $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ -3x - 4y = 3 \end{cases}$   
Se resuelve por reducción:  $-8y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$       Se resuelve por reducción:  $-8y = 8 \Rightarrow y = -1$   
 $x = 2$        $x = \frac{1}{3}$

5.61 Resuelve los siguientes sistemas explicando en cada caso el método que utilizas.

a)  $\begin{cases} 4x - y = -8 \\ x - 5y = -21 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} -3t + 5m = 19 \\ 2t + 4m = 2 \end{cases}$   
a)  $\begin{cases} 4x - y = -8 \\ x - 5y = -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x - 5y = -40 \\ x - 5y = -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$  Método de reducción  
b)  $\begin{cases} -3t + 5m = 19 \\ 2t + 4m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6t + 10m = 38 \\ 6t + 12m = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ t = -3 \end{cases}$  Método de reducción  
 $22m = 44$

5.62 Escribe las ecuaciones de los siguientes sistemas en la forma  $ax + by = c$  y señala, sin resolverlos, el número de soluciones de cada uno.

a)  $\begin{cases} 3(x - 1) = 6y \\ -x = 2(2 - y) \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 3x - 5y = 2(1 - 2x) \\ 2x = 3(2 - y) \end{cases}$       c)  $\begin{cases} x - 6y = 2 \\ -\frac{x}{2} + 3y = -1 \end{cases}$   
a)  $\begin{cases} 3(x - 1) = 6y \\ -x = 2(2 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 = 6y \\ -x = 4 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ -x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x = \frac{11}{2} \\ x = -4 \end{cases} \Rightarrow \text{No tiene solución.}$   
b)  $\begin{cases} 3x - 5y = 2(1 - 2x) \\ 2x = 3(2 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 2 - 4x \\ 2x = 6 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 5y = 2 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{2} \neq \frac{-5}{3} \Rightarrow \text{Tiene solución única.}$   
c)  $\begin{cases} x - 6y = 2 \\ -\frac{x}{2} + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6y = 2 \\ -x + 6y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x = -1 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.}$

ÁLGEBRA LINEAL. EJERCICIOS RESUELTOS  
Grado de Estadística, curso 1º.

## 1. Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicio 1 Use eliminación Gaussiana con sustitución hacia atrás para resolver los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$   
c)  $\begin{cases} 4x_2 - 3x_3 = 3 \\ -x_1 + 7x_2 - 6x_3 = 4 \\ -x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$

Solución 1 a) Formamos la matriz ampliada con la matriz de coeficientes del sistema y el vector de términos independientes:

$$(A \ b) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Pivoteamos sobre el elemento (1, 1), que es no nulo:

$$(A \ b) \xrightarrow{P_1 \leftrightarrow P_1, P_2 \leftrightarrow P_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

El elemento de la posición (2, 2) es no nulo, por lo que sumamos los elementos por debajo de él:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_2 - P_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ya tenemos el sistema en forma triangular, que es equivalente a

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_2 + x_3 = 0, \\ x_3 = 0. \end{cases}$$

Ahora realizamos sustitución hacia atrás:

$$x_2 = -x_3 = 0, x_1 = 1 - x_2 - x_3 = 1.$$

b) Procedemos como antes:

$$(A \ b) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

El elemento en la posición (1, 1) es no nulo y pivoteamos sobre él:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_1 + (1/2)P_2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

El elemento en la posición (2, 2) es no nulo

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{P_2 + (1/1.5)P_3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.333333 & 1 \end{bmatrix}.$$

1

## Problemas de Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones

1. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $q$  y resolvélo cuando sea posible.

$$\begin{cases} 4x + qy = -2 \\ 4x + (q+2)y = 5 \\ 4x + 2y = -1 \end{cases}$$

2. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $b$  y resolvélo (n es posible) para el caso  $b = 0$ :

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 7 \\ x - 2y + 4z = 8 \\ 3y - 7z = 0 \end{cases}$$

3. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $d$  y resolvélo cuando sea posible.

$$\begin{cases} 4x - y - 5z = 14 \\ 4x - y - 4z = 13 \\ 5x - 2y - 11z = -4 \end{cases}$$

4. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $h$  y resolvélo (n es posible) para el caso  $h = 5$ :

$$\begin{cases} 3x - 2y - z = 4 \\ 3x - 2y - 2z = 5 \\ 5x - 2y - z = 4 \end{cases}$$

5. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $k$  y resolvélo cuando sea posible.

$$\begin{cases} 2x - y + k = 13 \\ 2x - y - 2z = 13 \\ x - 2y + 2z = 13 \end{cases}$$

6. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $p$  y resolvélo (n es posible) para el caso  $p = -6$ :

$$\begin{cases} 4x - y - z = 14 \\ 3x - y - z = 13 \\ 4x + y - z = 5 \end{cases}$$

7. Diccionar el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $q$  y resolvélo cuando sea posible.

$$\begin{cases} 4x - y - z = 14 \\ 3x - y - z = 13 \\ 4x + y - z = 5 \end{cases}$$

## Problemas para resolver con ecuaciones de primer grado:

3) Pedro cobró su sueldo semanal y gastó 23 dólares, la tercera parte de lo que quedó lo depositó en el banco y todavía le quedaron 162 dólares. ¿Qué cantidad de dinero posee?

 $x$  = Sueldo total. $x - 23$  = gastos más sueldo $\frac{x-23}{3}$  = depósito del banco

$$\textcircled{X} - 23 - \left(\frac{\textcircled{X}-23}{3}\right) = 162$$

Resolviendo:

$$3x - 69 - x + 23 = 486$$

$$2x = 486 + 69 - 23$$

$$2x = 532$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{532}{2} \quad \boxed{x = 266}$$

